

Actividades

1 Escribe el valor absoluto de los siguientes números:

a) $(+5) \Rightarrow$

b) $(-8) \Rightarrow$

c) $(-12) \Rightarrow$

2 Calcula:

a) $(-6) + (+4) + (-9) =$

b) $(+4) + (-10) + (+7) =$

3 Un ascensor parte del segundo sótano, sube 10 plantas y luego baja 3. ¿En qué planta está?

4 Halla el valor de estas expresiones:

a) $-7 - (-4 + 9 - 5) + (-3 + 6) =$

b) $(+8 - 10 + 7) - (-12 + 3 - 2) =$

c) $-15 - (9 + 3 - 6 - 2) + 4 - (5 - 7) =$

5 Halla el valor de las siguientes expresiones:

a) $(+4) \cdot [(-3) - (-2) + (+5)] =$

b) $[(-2) \cdot (+6)] : (-4) =$

c) $[(-8) : (-2)] \cdot (-4) =$

6 Calcula aplicando la propiedad distributiva:

a) $(-4) \cdot (5 - 3 + 8) =$

b) $(7 + 6 - 2 - 5) \cdot (-3) =$

c) $(+10) \cdot (-6 + 4 - 12 - 3) =$

d) $[(-29) + (+34)] + [(-47) + (-73)] =$

e) $[(+63) + (-42) + (+31)] + [(-12) + (+45)] =$

7 Daniel pide prestado 5 € a cada uno de sus padres y cada uno de sus 4 abuelos para irse de excursión. ¿A cuánto asciende su deuda?

8 Calcula:

a) $15 : (-8 + 9 - 6) =$

b) $3 \cdot (-2) : (-3) =$

c) $[(-10) : (+5)] \cdot (-5 + 8) =$

d) $(9 - 4) \cdot (-5 - 2) : (-5) =$

9 Halla las sumas:

a) $(+43) + (+61) + (-38) + (+24) + (-50) =$

b) $(-31) + (-18) + (+64) + (+12) + (-53) =$

Solución de las actividades

- 1** Escribe el valor absoluto de los siguientes números:

$$a) (+5) \Rightarrow |+5| = 5$$

$$b) (-8) \Rightarrow |-8| = 8$$

$$c) (-12) \Rightarrow |-12| = 12$$

- 2** Calcula:

$$a) (-6) + (+4) + (-9) = -11$$

$$b) (+4) + (-10) + (+7) = +1$$

- 3** Un ascensor parte del segundo sótano, sube 10 plantas y luego baja 3. ¿En qué planta está?

$$(-2) + (+10) + (-3) = +5$$

Está en la quinta planta.

- 4** Halla el valor de estas expresiones:

$$a) -7 - (-4 + 9 - 5) + (-3 + 6) = \\ = -7 + 4 - 9 + 5 - 3 + 6 = -4$$

$$b) (+8 - 10 + 7) - (-12 + 3 - 2) = \\ = 8 - 10 + 7 + 12 - 3 + 2 = +16$$

$$c) -15 - (9 + 3 - 6 - 2) + 4 - (5 - 7) = \\ = -15 - 9 - 3 + 6 + 2 + 4 - 5 + 7 = \\ = -13$$

- 5** Halla el valor de las siguientes expresiones:

$$a) (+4) \cdot [(-3) - (-2) + (+5)] = \\ = (+4) \cdot (+4) = +16$$

$$b) [(-2) \cdot (+6)] : (-4) = \\ = (-12) : (-4) = +3$$

$$c) [(-8) : (-2)] \cdot (-4) = \\ = (+4) \cdot (-4) = -16$$

- 6** Calcula aplicando la propiedad distributiva:

$$a) (-4) \cdot (5 - 3 + 8) = \\ = -20 + 12 - 32 = -40$$

$$b) (7 + 6 - 2 - 5) \cdot (-3) = \\ = -21 - 18 + 6 + 15 = -18$$

$$c) (+10) \cdot (-6 + 4 - 12 - 3) = \\ = -60 + 40 - 120 - 30 = -170$$

$$d) [(-29) + (+34)] + [(-47) + (-73)] = \\ = (+5) + (-120) = -115$$

$$e) [(+63) + (-42) + (+31)] + [(-12) + (+45)] = \\ = (+52) + (+33) = +85$$

- 7** Daniel pide prestado 5 € a cada uno de sus padres y cada uno de sus 4 abuelos para irse de excursión. ¿A cuánto asciende su deuda?

$$(-5) \cdot (+6) = -30; \text{ Daniel debe } 30 \text{ €.}$$

- 8** Calcula:

$$a) 15 : (-8 + 9 - 6) = 15 : (-5) = -3$$

$$b) 3 \cdot (-2) : (-3) = (-6) : (-3) = +2$$

$$c) [(-10) : (+5)] \cdot (-5 + 8) = \\ = (-2) \cdot (+3) = -6$$

$$d) (9 - 4) \cdot (-5 - 2) : (-5) = \\ = (-35) : (-5) = +7$$

- 9** Halla las sumas:

$$a) (+43) + (+61) + (-38) + (+24) + (-50) = \\ = (+128) + (-88) = +40$$

$$b) (-31) + (-18) + (+64) + (+12) + (-53) = \\ = (-102) + (+76) = -26$$

Actividades

- 1** Di de qué tipo es cada una de las siguientes variables estadísticas:
 - a)** El color del pelo.
 - b)** Los valores de la tirada de un dado.
 - c)** Las causas de los incendios forestales.
 - d)** La estatura de un determinado colectivo.
 - e)** Las notas obtenidas en un examen.
- 2** Se ha preguntado a 50 socios de una asociación cultural formada por 2 000 socios acerca de una nueva propuesta de actividades para el año próximo, y el 60 % ha respondido favorablemente.
 - a)** ¿Cuál es la población?
 - b)** ¿Cuál es la muestra?
 - c)** ¿Qué porcentaje de la población supone esta muestra?
 - d)** ¿Cuántos individuos de los encuestados han respondido afirmativamente?
 - e)** ¿A cuántos socios representan los que han aceptado las propuestas de las actividades del próximo año?
- 3** Gloria ha estado esperando a su amiga durante un rato y se ha entretenido en ir anotando el color del vestido de las chicas que pasaban delante de ella. Finalmente, 7 vestían de rojo, 4 de azul, de verde solo ha anotado 1, y de negro, 6. Muestra estos datos en una tabla indicando las frecuencias absolutas, las relativas y el porcentaje.
- 4** Representa los datos de la actividad anterior en un diagrama de sectores, calculando previamente la amplitud de cada sector.

Actividades

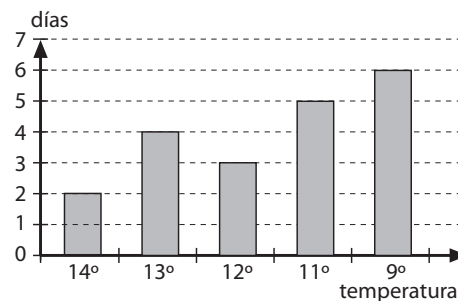
- 5** Rodríguez está muy contento con su nueva agencia de viajes. Ya en la primera semana ha gestionado las vacaciones de 5 familias que irán a las Islas Canarias, 4 han preferido las Baleares, 3 han optado por los Pirineos y 5 prefieren las costas valencianas. Para poder planear mejor las ofertas quiere confeccionar un gráfico de barras y detectar los destinos más solicitados. Confecciónaselo tú.

- 7** Representa los datos de la actividad anterior en un diagrama de barras y otro de sectores.

- 6** El profesor de Matemáticas acaba de terminar de corregir los últimos exámenes de sus alumnos y ha anotado los resultados en esta tabla. Complétala y calcula la nota media de la clase, la mediana de la distribución y la moda.

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	N_i	f_i
3	4			
5	5			
6	6			
7	8			
8	5			
10	2			
Tot				

- 8** En la gráfica se muestran las temperaturas máximas diarias de 20 días. Calcula la temperatura media.



Solución de las actividades

1 Di de qué tipo es cada una de las siguientes variables estadísticas:

a) El color del pelo.

Cualitativa

b) Los valores de la tirada de un dado.

Cuantitativa

c) Las causas de los incendios forestales.

Cualitativa

d) La estatura de un determinado colectivo.

Cuantitativa

e) Las notas obtenidas en un examen.

Cuantitativa

2 Se ha preguntado a 50 socios de una asociación cultural formada por 2000 socios acerca de una nueva propuesta de actividades para el año próximo, y el 60 % ha respondido favorablemente.

a) ¿Cuál es la población?

La población la forman los 2 000 socios.

b) ¿Cuál es la muestra?

La muestra está formada por los 50 socios encuestados.

c) ¿Qué porcentaje de la población supone esta muestra?

La muestra representa al 2,5 % de la población.

d) ¿Cuántos individuos de los encuestados han respondido afirmativamente?

Han respondido afirmativamente 30 individuos.

e) ¿A cuántos socios representan los que han aceptado las propuestas de las actividades del próximo año?

Representan a 1 200 socios.

3 Gloria ha estado esperando a su amiga durante un rato y se ha entretenido en ir anotando el color del vestido de las chicas que pasaban delante de ella. Finalmente, 7 vestían de rojo, 4 de azul, de verde solo ha anotado 1, y de negro, 6. Muestra estos datos en una tabla indicando las frecuencias absolutas, las relativas y el porcentaje.

Modalidad x_i	Frecuencia absoluta, n_i	Frecuencia relativa, f_i	Porcentaje %
Rojo	7	0,39	39 %
Azul	4	0,22	22 %
Verde	1	0,05	5 %
Negro	6	0,34	34 %
Total	18	1	100 %

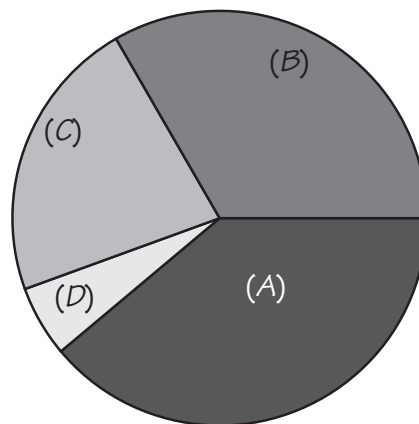
4 Representa los datos de la actividad anterior en un diagrama de sectores, calculando previamente la amplitud de cada sector.

$$\text{El sector rojo (A)} : 360 \cdot \frac{7}{18} = 140^\circ$$

$$\text{El sector azul (C)} : 360 \cdot \frac{4}{18} = 80^\circ$$

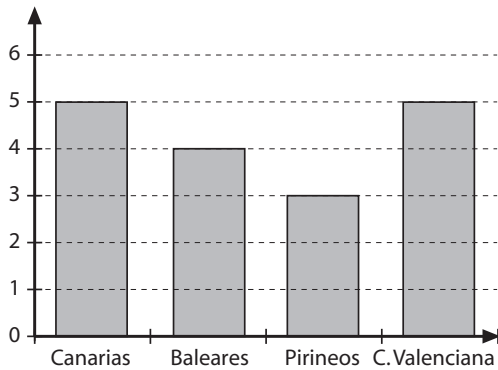
$$\text{El sector verde (D)} : \frac{360}{18} = 20^\circ$$

$$\text{El sector negro (B)} : 360 \cdot \frac{6}{18} = 120^\circ$$



Solución de las actividades

5 Rodríguez está muy contento con su nueva agencia de viajes. Ya en la primera semana ha gestionado las vacaciones de 5 familias que irán a las Islas Canarias, 4 han preferido las Baleares, 3 han optado por los Pirineos y 5 prefieren las costas valencianas. Para poder planear mejor las ofertas quiere confeccionar un gráfico de barras y detectar los destinos más solicitados. Confecciónaselo tú.



6 El profesor de Matemáticas acaba de terminar de corregir los últimos exámenes de sus alumnos y ha anotado los resultados en esta tabla. Complétala y calcula la nota media de la clase, la mediana de la distribución y la moda.

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	N_i	f_i
3	4	12	4	0,13
5	5	25	9	0,17
6	6	36	15	0,2
7	8	56	23	0,26
8	5	40	28	0,17
10	2	20	30	0,07
Tot.	30	189		1

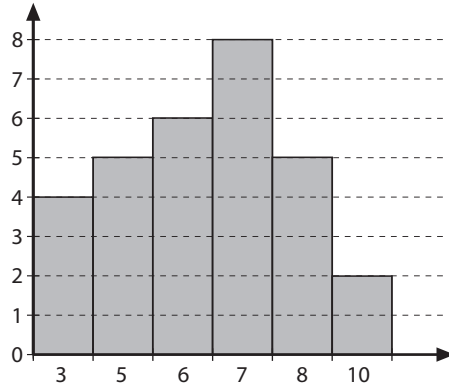
La nota media de la clase es:

$$\frac{189}{30} = 6,3 \text{ puntos.}$$

La mediana es: $\frac{6 + 7}{2} = 6,5$ puntos.

La moda es 7 puntos.

7 Representa los datos de la actividad anterior en un diagrama de barras y otro de sectores.



$$\text{Sector de 3 puntos: } 360 \cdot \frac{4}{30} = 48^\circ$$

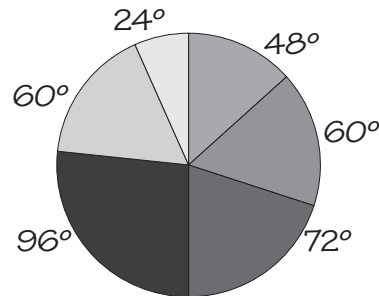
$$\text{Sector de 5 puntos: } 360 \cdot \frac{5}{30} = 60^\circ$$

$$\text{Sector de 6 puntos: } 360 \cdot \frac{6}{30} = 72^\circ$$

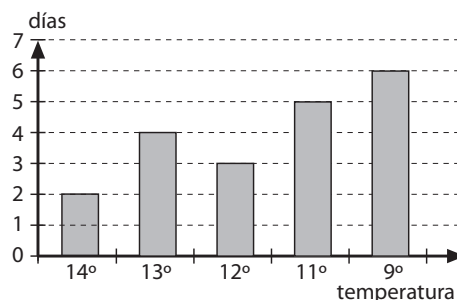
$$\text{Sector de 7 puntos: } 360 \cdot \frac{8}{30} = 96^\circ$$

$$\text{Sector de 8 puntos: } 360 \cdot \frac{5}{30} = 60^\circ$$

$$\text{Sector de 10 puntos: } 360 \cdot \frac{2}{30} = 24^\circ$$



8 En la gráfica se muestran las temperaturas máximas diarias de 20 días. Calcula la temperatura media.



La media es:

$$\frac{14 \cdot 2 + 12 \cdot 3 + 13 \cdot 4 + 11 \cdot 5 + 9 \cdot 6}{20} = \frac{225}{20} = 11,25 \text{ }^\circ\text{C}$$

Actividades

1 Escribe la expresión decimal:

a) $\frac{13}{28} =$

b) $\frac{14}{30} =$

c) $\frac{15}{8} =$

2 Halla la fracción generatriz:

a) $25,\widehat{8} =$

b) $250,\widehat{61} =$

3 Simplifica:

a) $\frac{126}{36} =$

b) $\frac{120}{135} =$

c) $\frac{84}{105} =$

d) $\frac{630}{1008} =$

4 Calcula las sumas:

a) $\frac{7}{9} + \frac{3}{4} + \frac{5}{2} =$

b) $\frac{5}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{8} =$

c) $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{11}{24} =$

d) $\frac{6}{5} + \frac{8}{3} + \frac{7}{4} =$

5 Resuelve:

a) $\frac{13}{17} \cdot \frac{4}{5} =$

b) $\frac{61}{25} : \frac{12}{5} =$

c) $\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{2} : \frac{5}{3} =$

d) $\frac{32}{7} \cdot \frac{8}{3} =$

6 Alfonso tenía 120 € en su hucha. Se ha comprado un CD que le ha costado las dos quintas partes de sus ahorros. ¿Cuánto dinero le queda?

7 Calcula:

a) $3,782 + 0,51 =$

b) $50,04 - 8,301 =$

c) $5,38 \cdot 44,9 =$

d) $63,78 : 3,123 =$

e) $80,39 : 5,2 =$

8 Ordena de mayor a menor las siguientes fracciones:

a) $\frac{7}{4}, \frac{3}{5}, \frac{2}{7}$

b) $\frac{8}{13}, \frac{9}{11}, \frac{14}{5}$

c) $\frac{5}{6}, \frac{20}{100}, \frac{30}{31}$

9 Redondea a las centésimas:

a) $408,3207 \cong$

b) $6,04978 \cong$

c) $726,5843 \cong$

10 Averigua el valor de x para que estas fracciones sean equivalentes

a) $\frac{18}{15} = \frac{x}{5} \Rightarrow$

b) $\frac{8}{3} = \frac{6}{x} \Rightarrow$

c) $\frac{48}{x} = \frac{32}{10} \Rightarrow$

11 Una familia de tres personas consume cada día para desayunar $\frac{3}{4}$ de litro de leche. ¿Cuántos litros necesitan para toda la semana?

Solución de las actividades

1 Escribe la expresión decimal:

$$a) \frac{13}{28} = 0,464\dots$$

$$b) \frac{14}{30} = 0,4\widehat{6}$$

$$c) \frac{15}{8} = 1,875$$

2 Halla la fracción generatriz:

$$a) 25,\widehat{8} = \frac{258 - 25}{9} = \frac{233}{9}$$

$$b) 250,\widehat{61} = \frac{25061 - 250}{99} = \frac{24811}{99}$$

3 Simplifica:

$$a) \frac{126}{36} = \frac{14}{4}$$

$$b) \frac{120}{135} = \frac{24}{27} = \frac{8}{9}$$

$$c) \frac{84}{105} = \frac{28}{35} = \frac{4}{5}$$

$$d) \frac{630}{1008} = \frac{70}{112} = \frac{35}{56} = \frac{5}{8}$$

4 Calcula las sumas:

$$a) \frac{7}{9} + \frac{3}{4} + \frac{5}{2} = \frac{28 + 27 + 90}{36} = \frac{145}{36}$$

$$b) \frac{5}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{8} = \frac{50 + 16 + 15}{40} = \frac{81}{40}$$

$$c) \frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{11}{24} = \frac{16 + 20 + 11}{24} = \frac{47}{24}$$

$$d) \frac{6}{5} + \frac{8}{3} + \frac{7}{4} = \frac{72 + 160 + 105}{60} = \frac{337}{60}$$

5 Resuelve:

$$a) \frac{13}{17} \cdot \frac{4}{5} = \frac{52}{85}$$

$$b) \frac{61}{25} : \frac{12}{5} = \frac{305}{300} = \frac{61}{60}$$

$$c) \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{2} : \frac{5}{3} = \frac{63}{40}$$

$$d) \frac{32}{7} \cdot \frac{8}{3} = \frac{256}{21}$$

6 Alfonso tenía 120 € en su hucha. Se ha comprado un CD que le ha costado las dos quintas partes de sus ahorros. ¿Cuánto dinero le queda?

$$\frac{2}{5} \cdot 120 = 48$$

Alfonso ha gastado 48 € y le quedan 72 €

7 Calcula:

$$a) 3,782 + 0,51 = 4,292$$

$$b) 50,04 - 8,301 = 41,739$$

$$c) 5,38 \cdot 44,9 = 241,562$$

$$d) 63,78 : 3,123 = 20,422\dots$$

$$e) 80,39 : 5,2 = 15,459\dots$$

8 Ordena de mayor a menor las siguientes fracciones:

$$a) \frac{7}{4}, \frac{3}{5}, \frac{2}{7} \quad \frac{7}{4} > \frac{3}{5} > \frac{2}{7}$$

$$b) \frac{8}{13}, \frac{9}{11}, \frac{14}{5} \quad \frac{14}{5} > \frac{9}{11} > \frac{8}{13}$$

$$c) \frac{5}{6}, \frac{20}{100}, \frac{30}{31} \quad \frac{30}{31} > \frac{5}{6} > \frac{20}{100}$$

9 Redondea a las centésimas:

$$a) 408,3207 \approx 408,32$$

$$b) 6,04978 \approx 6,05$$

$$c) 726,5843 \approx 726,58$$

10 Averigua el valor de x para que estas fracciones sean equivalentes

$$a) \frac{18}{15} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 6$$

$$b) \frac{8}{3} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = 2,25$$

$$c) \frac{48}{x} = \frac{32}{10} \Rightarrow x = 15$$

11 Una familia de tres personas consume cada día para desayunar $\frac{3}{4}$ de litro de leche. ¿Cuántos litros necesitan para toda la semana?

$$\frac{3}{4} \cdot 7 = \frac{21}{4} \text{ que son 5 litros y } \frac{1}{4}$$

Actividades

1 Calcula las potencias:

a) $(+4)^2 =$

d) $(-4)^4 =$

b) $(-3)^2 =$

e) $(+5)^3 =$

c) $(-2)^3 =$

f) $(-6)^2 =$

2 Expresa y calcula las siguientes potencias:

a) $6^{-3} =$

b) $(-4)^{-4} =$

c) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 =$

d) $\left(\frac{6}{7}\right)^5 =$

3 Calcula:

a) $(+4)^2 \cdot (+4)^3 =$

b) $(-3) \cdot (-3)^3 =$

c) $(+5)^4 : (+5)^2 =$

d) $(-2)^5 : (-2)^2 =$

4 Halla el resultado de estas potencias:

a) $(4 - 6)^3 =$

b) $(2 + 3)^2 =$

c) $[(-3) \cdot (+2)]^3 =$

5 Calcula:

a) $38^0 =$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} =$

c) $\left(\frac{3}{7}\right)^1 =$

d) $42^1 =$

e) $\left(\frac{2}{5}\right)^0 =$

6 Escribe las potencias de la unidad seguida o precedida de ceros:

a) $10^7 =$

d) $10^{-4} =$

b) $100^3 =$

e) $10^{-3} =$

c) $1\ 000^2 =$

f) $10^{-2} =$

7 Expresa en notación científica:

a) 7 353 000 =

b) 0,00421 =

c) 40 200 000 =

8 Escribe con todas las cifras:

a) $3,4 \cdot 10^{-4} =$

b) $2,6 \cdot 10^7 =$

c) $7,02 \cdot 10^{-6} =$

d) $5,389 \cdot 10^9 =$

e) $6,001 \cdot 10^{-5} =$

9 Halla las raíces posibles:

a) $\sqrt{+4} =$

d) $\sqrt[3]{-8} =$

b) $\sqrt{-4} =$

e) $\sqrt[3]{-243} =$

c) $\sqrt[4]{-16} =$

f) $\sqrt[3]{+8} =$

10 Calcula aproximando a las décimas:

a) $\sqrt{345} =$

b) $\sqrt{\frac{4}{7}} =$

c) $\sqrt{7,32} =$

d) $\sqrt{943,28} =$

e) $\sqrt{0,0481} =$

Solución de las actividades

1 Calcula las potencias:

$$a) (+4)^2 = +16 \quad d) (-4)^4 = +256$$

$$b) (-3)^2 = +9 \quad e) (+5)^3 = +125$$

$$c) (-2)^3 = -8 \quad f) (-6)^2 = +36$$

2 Expresa y calcula las siguientes potencias:

$$a) 6^{-3} = \frac{1}{6^3} = \frac{1}{216}$$

$$b) (-4)^{-4} = \frac{1}{(-4)^4} = \frac{1}{256}$$

$$c) \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$$

$$d) \left(\frac{6}{7}\right)^5 = \frac{6^5}{7^5} = \frac{7776}{16807}$$

3 Calcula:

$$a) (+4)^2 \cdot (+4)^3 = (+4)^5 = 1024$$

$$b) (-3) \cdot (-3)^3 = (-3)^4 = 81$$

$$c) (+5)^4 : (+5)^2 = (+5)^2 = +25$$

$$d) (-2)^5 : (-2)^2 = (-2)^3 = -8$$

4 Halla el resultado de estas potencias:

$$a) (4 - 6)^3 = (-2)^3 = -8$$

$$b) (2 + 3)^2 = (+5)^2 = 25$$

$$c) [(-3) \cdot (+2)]^3 = -27 \cdot 8 = -216$$

5 Calcula:

$$a) 38^0 = 1$$

$$b) \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = 3^2 = 9$$

$$c) \left(\frac{3}{7}\right)^1 = \frac{3}{7}$$

$$d) 42^1 = 42$$

$$e) \left(\frac{2}{5}\right)^0 = 1$$

6 Escribe las potencias de la unidad seguida o precedida de ceros:

$$a) 10^7 = 10\,000\,000 \quad d) 10^{-4} = 0,0001$$

$$b) 100^3 = 10\,000\,000 \quad e) 10^{-3} = 0,001$$

$$c) 1\,000^2 = 1\,000\,000 \quad f) 10^{-2} = 0,01$$

7 Expresa en notación científica:

$$a) 7\,353\,000 = 7,353 \cdot 10^6$$

$$b) 0,00421 = 4,21 \cdot 10^{-3}$$

$$c) 40\,200\,000 = 4,020 \cdot 10^7$$

8 Escribe con todas las cifras:

$$a) 3,4 \cdot 10^{-4} = 0,00034$$

$$b) 2,6 \cdot 10^7 = 26\,000\,000$$

$$c) 7,02 \cdot 10^{-6} = 0,00000702$$

$$d) 5,389 \cdot 10^9 = 5\,389\,000\,000$$

$$e) 6,001 \cdot 10^{-5} = 0,00006001$$

9 Halla las raíces posibles:

$$a) \sqrt{+4} = \pm 2 \quad d) \sqrt[3]{-8} = -2$$

$$b) \sqrt{-4} \text{ No es posible} \quad e) \sqrt[3]{-243} = -3$$

$$c) \sqrt{-16} \text{ No es posible} \quad f) \sqrt[3]{+8} = 2$$

10 Calcula aproximando a las décimas:

$$a) \sqrt{345} = 18,57 = 18,6$$

$$b) \sqrt{\frac{4}{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{2}{2,64} = 0,80$$

$$c) \sqrt{7,32} = 2,70$$

$$d) \sqrt{943,28} = 30,7$$

$$e) \sqrt{0,0481} = 0,2$$

Actividades

- 1** Expresa en forma de razón las siguientes afirmaciones:
- a) 70 de cada 100 personas utilizan el transporte público para ir a trabajar.
- b) 16 de los 20 alumnos de una clase están apuntados a un equipo deportivo.
- 2** Interpreta estas razones:
- a) En un equipo de fútbol, $\frac{6}{14}$ son extranjeros.
- b) En una tienda de mascotas, $\frac{32}{60}$ son perros.
- 3** Escribe las razones inversas a las dadas:
- a) $\frac{8}{5}$
- b) $\frac{17}{24}$
- c) $\frac{9}{11}$
- d) $\frac{37}{52}$
- e) $\frac{102}{33}$
- 4** Comprueba que los siguientes pares de razones forman una proporción aplicando la propiedad fundamental de las proporciones:
- a) $\frac{8}{5} = \frac{32}{20}$
- b) $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$
- c) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
- d) $\frac{7}{14} = \frac{1}{2}$
- 5** Calcula el valor de x:
- a) $\frac{5}{x} = \frac{15}{21}$
- b) $\frac{25}{30} = \frac{x}{12}$
- c) $\frac{x}{20} = \frac{25}{10}$
- 6** Un grifo vierte 42 L de agua en 5 min. ¿Cuántos litros verterá en $\frac{3}{4}$ de hora?
- 7** Para extraer el agua de una cisterna utilizando un cubo de 15 L de capacidad, Juana tiene que llenarlo 200 veces. Calcula cuántas veces tendría que llenar el cubo si este tuviera una capacidad de 25 L.
- 8** Una fuente que vierte 15 L por hora llena un depósito en 7 horas. Calcula el tiempo que tardaría otra fuente, que vierte 17,5 L por hora, en llenar un depósito el doble de grande.

Solución de las actividades

- 1** Expresa en forma de razón las siguientes afirmaciones:

a) 70 de cada 100 personas utilizan el transporte público para ir a trabajar. $\frac{70}{100}$

b) 16 de los 20 alumnos de una clase están apuntados a un equipo deportivo. $\frac{16}{20}$

- 2** Interpreta estas razones:

a) En un equipo de fútbol, $\frac{6}{14}$ son extranjeros.

De cada 14 jugadores, 6 son extranjeros.

b) En una tienda de mascotas, $\frac{32}{60}$ son perros.

De cada 60 animales, 32 son perros.

- 3** Escribe las razones inversas a las dadas:

a) $\frac{8}{5}$ $\frac{5}{8}$

b) $\frac{17}{24}$ $\frac{24}{17}$

c) $\frac{9}{11}$ $\frac{11}{9}$

d) $\frac{37}{52}$ $\frac{52}{37}$

e) $\frac{102}{33}$ $\frac{33}{102}$

- 4** Comprueba que los siguientes pares de razones forman una proporción aplicando la propiedad fundamental de las proporciones:

a) $\frac{8}{5} = \frac{32}{20} \Rightarrow 8 \cdot 20 = 32 \cdot 5 = 160$

b) $\frac{3}{4} = \frac{18}{24} \Rightarrow 3 \cdot 24 = 18 \cdot 4 = 72$

c) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow 3 \cdot 4 = 12 \cdot 1 = 12$

d) $\frac{7}{14} = \frac{1}{2} \Rightarrow 7 \cdot 2 = 14 \cdot 1 = 14$

- 5** Calcula el valor de x:

a) $\frac{5}{x} = \frac{15}{21} \quad x = \frac{5 \cdot 21}{15} = 7$

b) $\frac{25}{30} = \frac{x}{12} \quad x = \frac{25 \cdot 12}{30} = 10$

c) $\frac{x}{20} = \frac{25}{10} \quad x = \frac{25 \cdot 20}{10} = 50$

- 6** Un grifo vierte 42 L de agua en 5 min. ¿Cuántos litros verterá en $\frac{3}{4}$ de hora?

La cantidad de agua y el tiempo son magnitudes directamente proporcionales.

$$\left. \begin{array}{l} 42 \text{ L} - 5 \text{ min} \\ x \text{ L} - 45 \text{ min} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{42}{x} = \frac{5}{45} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{42 \cdot 45}{5} = 378 \text{ L}$$

- 7** Para extraer el agua de una cisterna utilizando un cubo de 15 L de capacidad, Juana tiene que llenarlo 200 veces. Calcula cuántas veces tendría que llenar el cubo si este tuviera una capacidad de 25 L.

La capacidad del cubo y el número de veces que tiene que llenarlo son magnitudes inversamente proporcionales.

$$\left. \begin{array}{l} 15 \text{ L} - 200 \text{ veces} \\ 25 \text{ L} - x \text{ veces} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{15}{25} = \frac{x}{200} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{15 \cdot 200}{25} = 120 \text{ veces}$$

- 8** Una fuente que vierte 15 L por hora llena un depósito en 7 horas. Calcula el tiempo que tardaría otra fuente, que vierte 17,5 L por hora, en llenar un depósito el doble de grande.

El tiempo es directamente proporcional al volumen del depósito e inversamente proporcional a la cantidad de agua.

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ depósito} - 7 \text{ h} - 15 \text{ L/h} \\ 2 \text{ depósitos} - x \text{ h} - 17,5 \text{ L/h} \end{array} \right\}$$

$$\frac{7}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{17,5}{15} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 2 \cdot 15}{17,5} = 12 \text{ h}$$

Actividades

- 1** Calcula el tanto por ciento y el tanto por uno de estas expresiones:
 - a) 6 de cada 20
 - b) 18 de cada 25
- 2** Calcula mentalmente:
 - a) 25 % de 800 =
 - b) 40 % de 1 500 =
- 3** Halla en cada caso el valor de x :
 - a) 33 % de $x = 501,60 \Rightarrow$
 - b) 0,65 % de $x = 5,85 \Rightarrow$
 - c) 125 % de $x = 437,5 \Rightarrow$
- 4** Para elegir al presidente de una comunidad de vecinos, votaron 75 personas. Si el 36 % de los votos emitidos fue contrario al candidato elegido, ¿cuántos vecinos votaron a su favor?
- 5** Calcula el precio de estos objetos rebajados:
 - a) Frigorífico: 450 € con un 15 % de descuento.
 - b) Lavadora: 375 € con un 12 % de descuento.
- 6** Calcula el coste de estas facturas después de aplicarles el IVA del 16 %:
 - a) Mudanza: 760 €
 - b) Pintura de paredes y techos: 525 €
- 7** ¿Qué intereses producirán 3 000 € ingresados al 2,5 % durante 6 años?
- 8** ¿Qué capital se debe depositar al 3,5 % para obtener unos intereses de 600 € en 50 meses?
- 9** Calcula el rédito aplicado a 1 200 € sabiendo que en 7 años ha producido unos intereses de 336 €.
- 10** ¿Cuántos días estuvo depositado un capital de 38 450 € al 5 % si proporcionó unos intereses de 1 869 €?
- 11** Se debe repartir una donación de 64 kg de patatas entre 3 familias en partes proporcionales al número de hijos de cada una. Si tienen 3, 4 y 6 hijos, respectivamente, ¿cuántos kilogramos recibirá cada familia?
- 12** El plano de una casa está realizado a una escala de 1:150. Averigua las dimensiones del salón-comedor si en el plano mide 4 cm de largo y 3 cm de ancho.
- 13** ¿Cuál es la escala de un plano si 250 km reales están representados por 12,5 cm?

Solución de las actividades

- 1** Calcula el tanto por ciento y el tanto por uno de estas expresiones:

a) 6 de cada 20 $\frac{6}{20} = 0,3 \Rightarrow 30\%$

b) 18 de cada 25 $\frac{18}{25} = 0,72 \Rightarrow 72\%$

- 2** Calcula mentalmente:

a) 25 % de 800 = 200

b) 40 % de 1 500 = 600

- 3** Halla en cada caso el valor de x:

a) 33 % de x = 501,60 $\Rightarrow x = 1\,520$

b) 0,65 % de x = 5,85 $\Rightarrow x = 900$

c) 125 % de x = 437,5 $\Rightarrow x = 350$

- 4** Para elegir al presidente de una comunidad de vecinos, votaron 75 personas. Si el 36 % de los votos emitidos fue contrario al candidato elegido, ¿cuántos vecinos votaron a su favor?

$100 - 36 = 64$; luego votó a su favor el 64 %

Es decir, $\frac{64}{100} \cdot 75 = 48$ personas

- 5** Calcula el precio de estos objetos rebajados:

- a) Frigorífico: 450 € con un 15 % de descuento.

15 % de 450 = 67,50 €. Luego el precio rebajado es de 382,50 €

- b) Lavadora: 375 € con un 12 % de descuento.

12 % de 375 = 45 €. Por tanto, la lavadora en rebajas cuesta 330 €

- 6** Calcula el coste de estas facturas después de aplicarles el IVA del 16 %:

- a) Mudanza: 760 €

16 % de 760 = 121,60.

Factura: 881,60 €

- b) Pintura de paredes y techos: 525 €

16 % de 525 = 84. Factura: 609 €

- 7** ¿Qué intereses producirán 3 000 € ingresados al 2,5 % durante 6 años?

$$i = \frac{3\,000 \cdot 2,5 \cdot 6}{100} = 450 \text{ €}$$

- 8** ¿Qué capital se debe depositar al 3,5 % para obtener unos intereses de 600 € en 50 meses?

$$C = \frac{600 \cdot 1200}{3,5 \cdot 50} = 4\,114,29 \text{ €}$$

- 9** Calcula el rédito aplicado a 1 200 € sabiendo que en 7 años ha producido unos intereses de 336 €.

$$r = \frac{336 \cdot 100}{1200 \cdot 7} = 4\%$$

- 10** ¿Cuántos días estuvo depositado un capital de 38 450 € al 5 % si proporcionó unos intereses de 1 896 €?

$$t = \frac{1\,896 \cdot 36\,000}{38\,450 \cdot 5} = 355 \text{ días}$$

- 11** Se debe repartir una donación de 64 kg de patatas entre 3 familias en partes proporcionales al número de hijos de cada una. Si tienen 3, 4 y 6 hijos, respectivamente, ¿cuántos kilogramos recibirá cada familia?

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} = \frac{104}{13} = 8$$

1.ª familia: $x = 3 \cdot 8 = 24$ kg

2.ª familia: $y = 4 \cdot 8 = 32$ kg

3.ª familia: $z = 6 \cdot 8 = 48$ kg

- 12** El plano de una casa está realizado a una escala de 1:150. Averigua las dimensiones del salón-comedor si en el plano mide 4 cm de largo y 3 cm de ancho.

Largo: $150 \cdot 4 = 600 \text{ cm} = 6 \text{ m}$

Ancho: $150 \cdot 3 = 450 \text{ cm} = 4,5 \text{ m}$

- 13** ¿Cuál es la escala de un plano si 250 km reales están representados por 12,5 cm?

250 km = 25 000 000 cm

$$x = \frac{25\,000\,000}{12,5} = 2\,000\,000$$

Luego el plano está realizado a una escala de 1:2 000 000.

Actividades

1 Expresa algebraicamente:

a) La edad de Eva dentro de 5 años, sabiendo que es 3 años menor que Raúl, que tiene x años.

b) El precio inicial de unas zapatillas deportivas, sabiendo que rebajadas un 15 % salen por x euros.

2 Escribe el enunciado de estas expresiones algebraicas:

a) $3x^2 - x$

b) $5 \cdot (x + y)^2$

3 Reduce términos semejantes:

a) $4x^2 + 2x^3 - 5x^2 + 7x^3 - x =$

b) $z^2 + 3z - \frac{z^2}{3} + \frac{5z}{2} =$

4 Calcula los siguientes productos:

a) $4x^2 \cdot (2x)^2 =$

b) $3xy^2 \cdot 5x^2y =$

c) $\frac{x}{3} \cdot \frac{xy^2}{4} =$

5 Realiza las siguientes operaciones:

$P(x) = x^3 - 2x + 5$

$Q(x) = 3x^3 - 6x^2 + 4x - 8$

$R(x) = 7x^3 - 4x^2 + x - 3$

a) $P(x) + Q(x) + R(x) =$

b) $-Q(x) - P(x) =$

c) $Q(x) - R(x) =$

d) $R(x) - P(x) =$

e) $R(x) - Q(x) + P(x) =$

6 Calcula los siguientes productos:

a) $(x^2 + 3x) \cdot (x - 2x^3) =$

b) $5x^2 \cdot (3x^2 - 4x + 5) =$

c) $(2x^4 + 6x^3 - 4x^2 - x) \cdot \frac{x}{2} =$

d) $(3x^3 - 4x^2) \cdot (2x^2 - 5x + 4) =$

e) $(2x^3 + 3x^2 - x + 4) \cdot (x - 2) =$

7 Aplica los productos notables:

a) $(2x + 3y) \cdot (2x - 3y) =$

b) $(5x + 6y)^2 =$

c) $\left(\frac{x}{2} - \frac{y}{3}\right)^2 =$

8 Opera y reduce:

a) $3x \cdot (x - 2) + 4 \cdot (x^2 + 6x) =$

b) $(2x^2 - 3x) \cdot x - 2x \cdot (x + 3x^3) =$

c) $2x^2 \cdot (x^2 - 3x) + 3x \cdot (x - 2) =$

d) $x^3 \cdot (2x + 2x^2) - x^2 \cdot (2x^3 - 2x) =$

9 Saca factor común:

a) $3x^3 - \frac{x^2}{3} + 6x =$

b) $2x^2y + 4xy^2 - x^2y^2 =$

c) $4x^3y^2 - 12x^2y^3 + 8x^2y^2 =$

Solución de las actividades

1 Expresa algebraicamente:

- a) La edad de Eva dentro de 5 años, sabiendo que es 3 años menor que Raúl, que tiene x años.

$$\text{Edad de Eva: } x - 3 + 5$$

- b) El precio inicial de unas zapatillas deportivas, sabiendo que rebajadas un 15 % salen por x euros.

$$\text{Precio inicial: } \frac{x}{0,85}$$

2 Escribe el enunciado de estas expresiones algebraicas:

- a) $3x^2 - x$

El triple del cuadrado de un número menos ese mismo número.

- b) $5 \cdot (x + y)^2$

Cinco veces el cuadrado de la suma de dos números.

3 Reduce términos semejantes:

a) $4x^2 + 2x^3 - 5x^2 + 7x^3 - x = -x^2 + 9x^3 - x$

b) $z^2 + 3z - \frac{z^2}{3} + \frac{5z}{2} = \frac{2z^2}{3} + \frac{11z}{2}$

4 Calcula los siguientes productos:

a) $4x^2 \cdot (2x)^2 = 4x^2 \cdot 4x^2 = 16x^4$

b) $3xy^2 \cdot 5x^2y = 15x^3y^3$

c) $\frac{x}{3} \cdot \frac{xy^2}{4} = \frac{x^2y^2}{12}$

5 Realiza las siguientes operaciones:

$$P(x) = x^3 - 2x + 5$$

$$Q(x) = 3x^3 - 6x^2 + 4x - 8$$

$$R(x) = 7x^3 - 4x^2 + x - 3$$

a) $P(x) + Q(x) + R(x) = 11x^3 - 10x^2 + 3x - 6$

b) $-Q(x) - P(x) = -4x^3 + 6x^2 - 2x + 3$

c) $Q(x) - R(x) = -4x^3 - 2x^2 + 3x - 5$

d) $R(x) - P(x) = 6x^3 - 4x^2 + 3x - 8$

e) $R(x) - Q(x) + P(x) = 5x^3 + 2x^2 - 5x + 10$

6 Calcula los siguientes productos:

a) $(x^2 + 3x) \cdot (x - 2x^3) =$
 $= x^3 + 3x^2 - 2x^5 - 6x^4$

b) $5x^2 \cdot (3x^2 - 4x + 5) =$
 $= 15x^4 - 20x^3 + 25x^2$

c) $(2x^4 + 6x^3 - 4x^2 - x) \cdot \frac{x}{2} =$
 $= x^5 + 3x^4 - 2x^3 - \frac{x^2}{2}$

d) $(3x^3 - 4x^2) \cdot (2x^2 - 5x + 4) =$
 $= 6x^5 - 15x^4 + 12x^3 - 8x^4 + 20x^3 -$
 $- 16x^2 = 6x^5 - 23x^4 + 32x^3 - 16x^2$

e) $(2x^3 + 3x^2 - x + 4) \cdot (x - 2) =$
 $= 2x^4 + 3x^3 - x^2 + 4x - 4x^3 -$
 $- 6x^2 + 2x - 8 = 2x^4 - x^3 - 7x^2 +$
 $+ 6x - 8$

7 Aplica los productos notables:

a) $(2x + 3y) \cdot (2x - 3y) = 4x^2 - 9y^2$

b) $(5x + 6y)^2 = 25x^2 + 60xy + 36y^2$

c) $\left(\frac{x}{2} - \frac{y}{3}\right)^2 = \frac{x^2}{4} - \frac{xy}{3} + \frac{y^2}{9}$

8 Opera y reduce:

a) $3x \cdot (x - 2) + 4 \cdot (x^2 + 6x) =$
 $= 3x^2 - 6x + 4x^2 + 24x = 7x^2 + 18x$

b) $(2x^2 - 3x) \cdot x - 2x \cdot (x + 3x^3) =$
 $= 2x^3 - 3x^2 - 2x^2 - 6x^4 =$
 $= 2x^3 - 5x^2 - 6x^4$

c) $2x^2 \cdot (x^2 - 3x) + 3x \cdot (x - 2) =$
 $= 2x^4 - 6x^3 + 3x^2 - 6x$

d) $x^3 \cdot (2x + 2x^2) - x^2 \cdot (2x^3 - 2x) =$
 $= 2x^4 + 2x^5 - 2x^5 + 2x^3 = 2x^4 + 2x^3$

9 Saca factor común:

a) $3x^3 - \frac{x^2}{3} + 6x = x \cdot \left(3x^2 - \frac{x}{3} + 6\right)$

b) $2x^2y + 4xy^2 - x^2y^2 = xy \cdot (2x + 4y - xy)$

c) $4x^3y^2 - 12x^2y^3 + 8x^2y^2 =$
 $= 4x^2y^2 \cdot (x - 3y + 2)$

Actividades

- 1** Escribe dos ecuaciones equivalentes a las propuestas:

a) $x + 5 = 7 - 2x$

b) $4 \cdot (2x - 3) = 10$

- 2** Comprueba cuál de los valores propuestos es solución de la ecuación:

a) $-2x + 1 = 7$; $x = 2$; $x = -3$; $x = -2$

b) $6 + 4x = -6$; $x = -1$; $x = 2$; $x = -3$

- 3** Encuentra una solución para las siguientes ecuaciones:

a) $5 - x = 3 \Rightarrow$

b) $3x - 4 = 11 \Rightarrow$

c) $8 = 2x + 4 \Rightarrow$

- 4** Resuelve estas ecuaciones:

a) $(x - 2) \cdot 4 = 5x + 8$

b) $3 \cdot (3x + 2) - 4x = (2x - 4) \cdot 2 + 3x$

c) $5x + 2 \cdot (2x - 1) = 3x + 4$

- 5** Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $2x + \frac{3}{5} = \frac{7}{2}$

b) $\frac{2x + 4}{3} + \frac{3x}{2} = 8$

- 6** Resuelve las ecuaciones de segundo grado:

a) $3x^2 = 48$

b) $x^2 - 12x = 0$

c) $4x^2 + 45 = -x^2$

d) $7x^2 - 14x = 0$

e) $x^2 - x - 12 = 0$

f) $3x^2 + 5x - 2 = 0$

- 7** El camión de Agustín ha vaciado ya 45 contenedores de recogida de vidrio de dos barrios de la ciudad. Si en uno de los barrios hay 5 contenedores más que en el otro, ¿cuántos contenedores hay en cada barrio?

- 8** El perímetro de un rectángulo es de 60 cm. Si uno de los lados es 10 cm mayor que el otro, calcula la longitud de los lados del rectángulo.

Solución de las actividades

- 1** Escribe dos ecuaciones equivalentes a las propuestas:

a) $x + 5 = 7 - 2x$ RESPUESTA ABIERTA

b) $4 \cdot (2x - 3) = 10$ RESPUESTA ABIERTA

- 2** Comprueba cuál de los valores propuestos es solución de la ecuación:

a) $-2x + 1 = 7$; $x = 2$; $x = -3$; $x = -2$

$$x = -3$$

b) $6 + 4x = -6$; $x = -1$; $x = 2$; $x = -3$

$$x = -3$$

- 3** Encuentra una solución para las siguientes ecuaciones:

a) $5 - x = 3 \Rightarrow x = 2$

b) $3x - 4 = 11 \Rightarrow x = 5$

c) $8 = 2x + 4 \Rightarrow x = 2$

- 4** Resuelve estas ecuaciones:

a) $(x - 2) \cdot 4 = 5x + 8$

$$4x - 8 = 5x + 8 \Rightarrow x = -16$$

b) $3 \cdot (3x + 2) - 4x = (2x - 4) \cdot 2 + 3x$

$$9x + 6 - 4x = 4x - 8 + 3x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 14 = 2x \Rightarrow x = 7$$

c) $5x + 2 \cdot (2x - 1) = 3x + 4$

$$5x + 4x - 2 = 3x + 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x = 6 \Rightarrow x = 1$$

- 5** Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $2x + \frac{3}{5} = \frac{7}{2}$

$$20x + 6 = 35 \Rightarrow 20x = 29 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{29}{20}$$

b) $\frac{2x + 4}{3} + \frac{3x}{2} = 8$

$$4x + 8 + 9x = 48 \Rightarrow 13x = 40 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{40}{13}$$

- 6** Resuelve las ecuaciones de segundo grado:

a) $3x^2 = 48$

$$x^2 = \frac{48}{3} = 16 \Rightarrow x = 4 \text{ y } x = -4$$

b) $x^2 - 12x = 0$

$$x \cdot (x - 12) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ y } x = 12$$

c) $4x^2 + 45 = -x^2$

$$5x^2 + 45 = 0 \Rightarrow x^2 = -9$$

No tiene solución.

d) $7x^2 - 14x = 0$

$$7x \cdot (x - 2) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ y } x = 2$$

e) $x^2 - x - 12 = 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} \Rightarrow x = 4 \text{ y } x = -3$$

f) $3x^2 + 5x - 2 = 0$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{3} \text{ y } x = -2$$

- 7** El camión de Agustín ha vaciado ya 45 contenedores de recogida de vidrio de dos barrios de la ciudad. Si en uno de los barrios hay 5 contenedores más que en el otro, ¿cuántos contenedores hay en cada barrio?

Llamamos x al número de contenedores de un barrio, luego en el otro habrá $x + 5$.

$$x + x + 5 = 45 \Rightarrow 2x = 40 \Rightarrow x = 20$$

En uno de los barrios hay 20 contenedores, y en el otro, 25.

- 8** El perímetro de un rectángulo es de 60 cm. Si uno de los lados es 10 cm mayor que el otro, calcula la longitud de los lados del rectángulo.

Llamamos x al lado menor, luego el otro lado medirá $x + 10$.

$$P = 2x + 2 \cdot (x + 10) = 60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x + 20 = 60 \Rightarrow 4x = 40 \Rightarrow x = 10$$

Los lados miden 10 cm y 20 cm.

Actividades

- 1** Expresa en la forma general las siguientes ecuaciones:

a) $5 - 2y + 4x = 0$

b) $3y + 6 = 2x$

- 2** Encuentra tres soluciones para cada una de estas ecuaciones:

a) $x - 3y = 6$

b) $2y - 3x = -4$

- 3** Expresa mediante una ecuación con dos incógnitas las siguientes afirmaciones:

a) La suma de dos números menos su diferencia es igual a 10.

b) La mitad del producto de dos números es 120.

- 4** Comprueba cuál de estas parejas de valores son solución de las ecuaciones propuestas:

1) $x = -1, y = -2$

2) $x = -3, y = 1$

3) $x = 1, y = 0$

a) $2x + 5y = -1$

b) $-7y + x = 13$

c) $6y - 4x + 4 = 0$

- 5** Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones aplicando el método de sustitución:

$$\begin{cases} a) & 3x - y = 5 \\ & 5x + 3y = 13 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b) & 4x - 2y = 6 \\ & 4x + y = 9 \end{cases} \Rightarrow$$

- 6** Encuentra las soluciones de estos sistemas de ecuaciones, empleando el método de reducción:

$$\begin{cases} a) & 2x - 4y = 10 \\ & 4x + 2y = 15 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b) & 3x + 5y = 21 \\ & 2x + 4y = 16 \end{cases} \Rightarrow$$

- 7** En un garaje hay motos de dos cilindros y coches de seis cilindros. En total, hay 80 cilindros y 58 ruedas. ¿Cuántas motos y coches hay en el garaje?

- 8** Si por 3 kg de arroz más 6 kg de lentejas un agricultor ha cobrado 9,75 €, y por 1 kg de arroz más 3 kg de lentejas le han pagado 4 €, ¿cuánto vale el kilogramo de cada uno de los productos que vende el agricultor?

Solución de las actividades

- 1** Expresa en la forma general las siguientes ecuaciones:

a) $5 - 2y + 4x = 0$ $4x - 2y = -5$

b) $3y + 6 = 2x$ $2x - 3y = 6$

- 2** Encuentra tres soluciones para cada una de estas ecuaciones:

a) $x - 3y = 6$ RESPUESTA ABIERTA

b) $2y - 3x = -4$ RESPUESTA ABIERTA

- 3** Expresa mediante una ecuación con dos incógnitas las siguientes afirmaciones:

- a) La suma de dos números menos su diferencia es igual a 10.

$$(x + y) - (x - y) = 10$$

- b) La mitad del producto de dos números es 120.

$$\frac{x \cdot y}{2} = 120$$

- 4** Comprueba cuál de estas parejas de valores son solución de las ecuaciones propuestas:

1) $x = -1, y = -2$

2) $x = -3, y = 1$

3) $x = 1, y = 0$

a) $2x + 5y = -1$ La solución 2

b) $-7y + x = 13$ La solución 1

c) $6y - 4x + 4 = 0$ La solución 3

- 5** Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones aplicando el método de sustitución:

$$\begin{aligned} \text{a) } \left. \begin{array}{l} 3x - y = 5 \\ 5x + 3y = 13 \end{array} \right\} &\Rightarrow y = 3x - 5 \\ &\Rightarrow 5x + 3(3x - 5) = 13 \\ &\Rightarrow 5x + 9x - 15 = 13 \Rightarrow x = 2 \\ &\Rightarrow y = 3 \cdot 2 - 5 \Rightarrow y = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \left. \begin{array}{l} 4x - 2y = 6 \\ 4x + y = 9 \end{array} \right\} &\Rightarrow y = 9 - 4x \\ &\Rightarrow 4x - 2(9 - 4x) = 6 \\ &\Rightarrow 4x - 18 + 8x = 6 \Rightarrow x = 2 \\ &\Rightarrow y = 9 - 4 \cdot 2 \Rightarrow y = 1 \end{aligned}$$

- 6** Encuentra las soluciones de estos sistemas de ecuaciones, empleando el método de reducción:

$$\begin{aligned} \text{a) } \left. \begin{array}{l} 2x - 4y = 10 \\ 4x + 2y = 15 \end{array} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x - 4y = 10 \\ \underline{8x + 4y = 30} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\qquad\qquad\qquad 10x = 40 \\ &\Rightarrow x = 4 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \left. \begin{array}{l} 3x + 5y = 21 \\ 2x + 4y = 16 \end{array} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 6x + 10y = 42 \\ \underline{-6x - 12y = -48} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\qquad\qquad\qquad -2y = -6 \\ &\Rightarrow y = 3 \Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

- 7** En un garaje hay motos de dos cilindros y coches de seis cilindros. En total, hay 80 cilindros y 58 ruedas. ¿Cuántas motos y coches hay en el garaje?

Llamamos x al número de motos e y al número de coches.

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} 2x + 6y = 80 \\ 2x + 4y = 58 \end{array} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + 6y = 80 \\ \underline{-2x - 4y = -58} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\qquad\qquad\qquad 2y = 22 \end{aligned}$$

$$2y = 22 \Rightarrow y = 11 \Rightarrow x = 7$$

Por tanto, hay 7 motos y 11 coches.

- 8** Si por 3 kg de arroz más 6 kg de lentejas un agricultor ha cobrado 9,75 €, y por 1 kg de arroz más 3 kg de lentejas le han pagado 4 €, ¿cuánto vale el kilogramo de cada uno de los productos que vende el agricultor?

Llamamos x al precio del arroz e y al de lentejas.

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} 3x + 6y = 9,75 \\ x + 3y = 4 \end{array} \right\} &\Rightarrow \\ &\Rightarrow x = 4 - 3y \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 3(4 - 3y) + 6y = 9,75$$

$$\Rightarrow y = 0,75 \Rightarrow x = 1,75$$

Luego el kilogramo de arroz cuesta 1,75 €, y el de lentejas, 0,75 €.

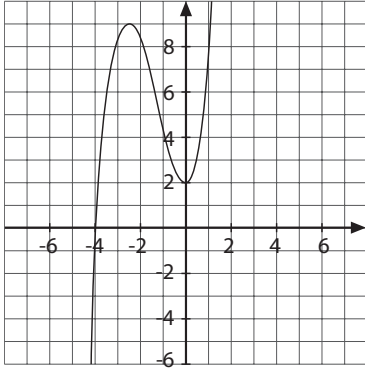
Actividades

- 1 La relación entre el radio de una circunferencia y su longitud es una función. Indica cuál es la variable independiente, la variable dependiente y expresa algebraicamente la función.
- 2 Realiza una tabla de valores de la función de la actividad anterior y represéntala gráficamente.
- 3 Calcula el valor de $f(-3)$, $f(4)$ y $f\left(\frac{1}{2}\right)$ para las siguientes funciones:
 - a) $f(x) = \frac{2x+3}{3} \Rightarrow$
 - b) $f(x) = \frac{4}{x+2} \Rightarrow$
 - c) $f(x) = 3x^2 - 4 \Rightarrow$
- 4 Halla los puntos de corte con los ejes de coordenadas de la función $y = x^2 - x - 6$
- 5 Representa gráficamente la función de la actividad anterior e indica las zonas de crecimiento y decrecimiento, así como los puntos máximos y mínimos.
- 6 Indica los valores de la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes funciones. Luego represéntalas en los ejes de coordenadas.
 - a) $y = 4x - 2$
 - b) $y = -3x + 1$
 - c) $y = \frac{1}{2}x + 3$
- 7 ¿Qué tipo de funciones son las de la actividad anterior? ¿Cómo es su representación gráfica?

Actividades

- 8** Indica dos magnitudes que se relacionen mediante una función lineal.

- 9** Analiza la siguiente gráfica.



- 10** Representa la función $y = \frac{5}{x+1}$

- 11** Halla los valores que toma la función $y = -x^2 + 4$ para los siguientes valores de x :

a) $x = -3$ $y =$

b) $x = 4$ $y =$

c) $x = -6$ $y =$

d) $x = \frac{1}{2}$ $y =$

- 12** En las siguientes funciones señala la ordenada en el origen y la pendiente.

a) $y = x + \frac{1}{3}$

b) $y = -2x$

c) $y = 15x - 10$

d) $y = -\frac{2}{5}x$

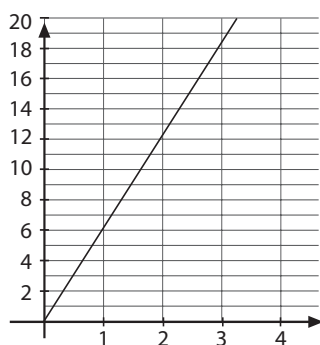
- 13** Representa la función $y = \frac{3}{2x}$. ¿Qué tipo de función es? ¿Cómo se llama su gráfica?

Solución de las actividades

- 1** La relación entre el radio de una circunferencia y su longitud es una función. Indica cuál es la variable independiente, la variable dependiente y expresa algebraicamente la función.

La variable independiente es el radio y la variable dependiente es la longitud de la circunferencia: $y = 2\pi x$

- 2** Realiza una tabla de valores de la función de la actividad anterior y represéntala gráficamente.



x	0	1	2	3
y	0	6,28	12,56	18,84

- 3** Calcula el valor de $f(-3)$, $f(4)$ y $f\left(\frac{1}{2}\right)$ para las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{2x+3}{3} \Rightarrow f(-3) = -1,$

$f(4) = \frac{11}{3}, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{3}$

b) $f(x) = \frac{4}{x+2} \Rightarrow f(-3) = -4,$

$f(4) = \frac{2}{3}, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{8}{5}$

c) $f(x) = 3x^2 - 4 \Rightarrow f(-3) = 23,$

$f(4) = 44, f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{13}{4}$

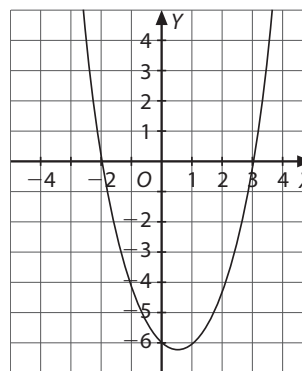
- 4** Halla los puntos de corte con los ejes de coordenadas de la función $y = x^2 - x - 6$

Corte con el eje X: $y = 0 \Rightarrow x = 3 \vee x = -2$

Corte con el eje Y: $x = 0 \Rightarrow y = -6$

Corta a los ejes en: $(3, 0)$, $(-2, 0)$ y $(0, -6)$

- 5** Representa gráficamente la función de la actividad anterior e indica las zonas de crecimiento y decrecimiento, así como los puntos máximos y mínimos.



La función es decreciente hasta $x = \frac{1}{2}$ y creciente en el resto. Presenta un mínimo en el punto $-\frac{25}{4}$.

- 6** Indica los valores de la pendiente y la ordenada en el origen de las siguientes funciones. Luego represéntalas en los ejes de coordenadas.

a) $y = 4x - 2$

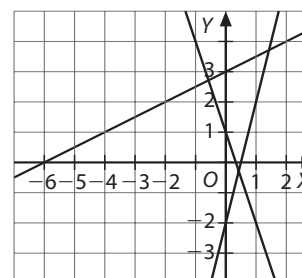
Pendiente 4, ordenada en el origen -2 .

b) $y = -3x + 1$

Pendiente -3 , ordenada en el origen 1.

c) $y = \frac{1}{2}x + 3$

Pendiente $\frac{1}{2}$, ordenada en el origen 3.



- 7** ¿Qué tipo de funciones son las de la actividad anterior? ¿Cómo es su representación gráfica?

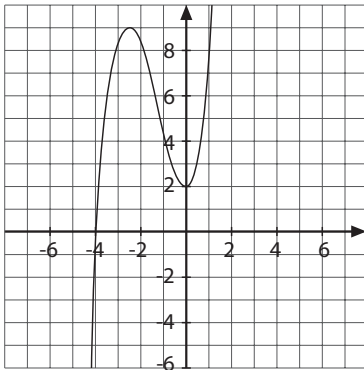
Son funciones afines. Sus representaciones gráficas son rectas.

Solución de las actividades

- 8** Indica dos magnitudes que se relacionen mediante una función lineal.

Respuesta libre.

- 9** Analiza la siguiente gráfica.

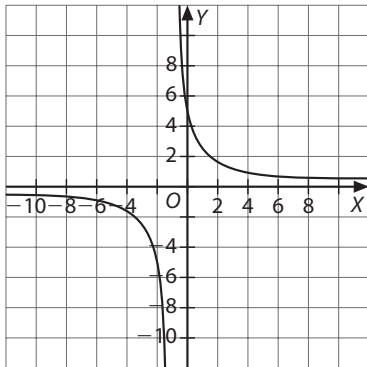


Corta al eje de abscisas en el punto $(-4, 0)$ y al eje de ordenadas en el punto $(0, 2)$. Presenta un máximo en el punto $(-2, 9)$ y un mínimo en el punto $(0, 2)$.

Es creciente hasta el punto $(-2, 9)$ y desde el punto $(0, 2)$, y es decreciente entre estos dos puntos.

- 10** Representa la función $y = \frac{5}{x+1}$

x	-11	-6	0	4	9
y	$-\frac{1}{2}$	-1	5	1	$\frac{1}{2}$



- 11** Halla los valores que toma la función $y = -x^2 + 4$ para los siguientes valores de x :

a) $x = -3$ $y = -9 + 4 = -5$

b) $x = 4$ $y = -16 + 4 = -12$

c) $x = -6$ $y = -36 + 4 = -32$

d) $x = \frac{1}{2}$ $y = -\frac{1}{4} + 4 = \frac{15}{4}$

- 12** En las siguientes funciones señala la ordenada en el origen y la pendiente.

a) $y = x + \frac{1}{3}$
Pendiente 1 y ordenada en el origen $\frac{1}{3}$

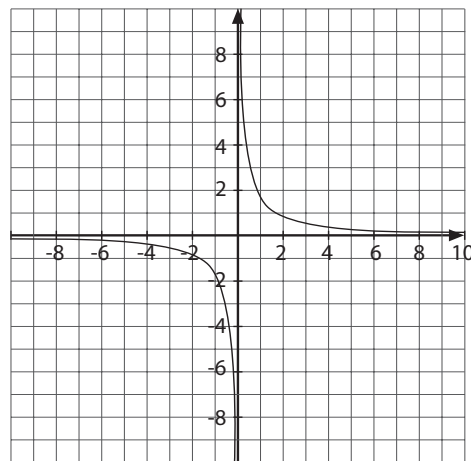
b) $y = -2x$
Pendiente -2 y ordenada en el origen 0

c) $y = 15x - 10$
Pendiente 15 y ordenada en el origen -10

d) $y = -\frac{2}{5}x$
Pendiente $-\frac{2}{5}$ y ordenada en el origen 0

- 13** Representa la función $y = \frac{3}{2x}$. ¿Qué tipo de función es? ¿Cómo se llama su gráfica?

x	-3	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	3
y	$-\frac{1}{2}$	-3	$\frac{3}{2}$	3	$\frac{1}{2}$



Es una función de proporcionalidad inversa, y su gráfica es una hipérbola.

Actividades

1 Expresa en minutos:

a) $59^\circ =$

b) $16 \text{ h} =$

c) $22,43 \text{ h} =$

2 Expresa en forma compleja:

a) $829 \text{ s} =$

b) $128,81' =$

c) $2\,568,29 \text{ min} =$

3 Expresa en la unidad indicada:

a) En minutos $3 \text{ h } 29 \text{ min } 48 \text{ s} =$

b) En horas $48 \text{ min } 15 \text{ s} =$

c) En segundos $2 \text{ h } 25 \text{ min } 17 \text{ s} =$

d) En minutos $213^\circ 38' 29'' =$

4 Calcula las sumas y diferencias:

a) $8 \text{ h } 48 \text{ min } 29 \text{ s} - 6 \text{ h } 52 \text{ min } 44 \text{ s} =$

b) $73^\circ 39' 52'' + 102^\circ 27' 31'' =$

c) $35 \text{ h } 41 \text{ min } 39 \text{ s} + 28 \text{ h } 47 \text{ min } 26 \text{ s} =$

d) $153^\circ 28' 12'' - 74^\circ 32' 43'' =$

5 Calcula los productos y cocientes:

a) $(7^\circ 12' 34'') \cdot 18 =$

b) $(15 \text{ h } 31 \text{ min } 42 \text{ s}) : 6 =$

c) $(22 \text{ h } 24 \text{ min } 17 \text{ s}) \cdot 9 =$

d) $(208^\circ 33' 47'') : 11 =$

6 Calcula y expresa en grados:

$(132^\circ 51' 18'') : 4 =$

7 Uno de los ángulos de un trapecio isósceles mide $132^\circ 45' 28''$. Dibuja la figura y averigua la medida de la amplitud de los otros ángulos.

8 Ana y su madre salen en avión, desde Frankfurt, el 14 de junio a las 22 h 35 min y llegan a la ciudad de Ho Chi Minh, en Vietnam, el día 15 de junio a las 16 h 40 min hora local. Sabiendo que entre las dos ciudades hay una diferencia horaria de 6 horas, averigua: ¿qué hora marcará el reloj de Ana? ¿Cuánto ha durado el vuelo?

9 Jacobo y Prisela fueron a un crucero que salió de Barcelona el 23 de agosto a las 20 h 30 min, y después de hacer varias escalas llegó a Valencia el día 6 de septiembre a las 11 h 45 min. ¿Cuántos días horas y minutos duró el crucero?

Solución de las actividades

1 Expresa en minutos:

a) $59^\circ = 3\ 540'$

b) $16\text{ h} = 960\text{ min}$

c) $22,43\text{ h} = 1\ 345,8\text{ min}$

2 Expresa en forma compleja:

a) $829\text{ s} = 13\text{ min } 49\text{ s}$

b) $128,81' = 2^\circ 8' 48,6''$

c) $2\ 568,29\text{ min} = 42\text{ h } 48\text{ min } 17,4\text{ s}$

3 Expresa en la unidad indicada:

a) En minutos $3\text{ h } 29\text{ min } 48\text{ s} = 209,8\text{ min}$

b) En horas $48\text{ min } 15\text{ s} = 0,804\ 16\text{ h}$

c) En segundos $2\text{ h } 25\text{ min } 17\text{ s} = 8\ 717\text{ s}$

d) En minutos $213^\circ 38' 29'' = 12\ 818,483'$

4 Calcula las sumas y diferencias:

a) $8\text{ h } 48\text{ min } 29\text{ s} - 6\text{ h } 52\text{ min } 44\text{ s} = 1\text{ h } 55\text{ min } 45\text{ s}$

b) $73^\circ 39' 52'' + 102^\circ 27' 31'' = 176^\circ 7' 23''$

c) $35\text{ h } 41\text{ min } 39\text{ s} + 28\text{ h } 47\text{ min } 26\text{ s} = 64\text{ h } 29\text{ min } 5\text{ s}$

d) $153^\circ 28' 12'' - 74^\circ 32' 43'' = 78^\circ 55' 29''$

5 Calcula los productos y cocientes:

a) $(7^\circ 12' 34'') \cdot 18 = 129^\circ 46' 12''$

b) $(15\text{ h } 31\text{ min } 42\text{ s}) : 6 = 2\text{ h } 35\text{ min } 17\text{ s}$

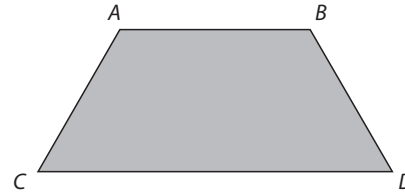
c) $(22\text{ h } 24\text{ min } 17\text{ s}) \cdot 9 = 201\text{ h } 38\text{ min } 33\text{ s}$

d) $(208^\circ 33' 47'') : 11 = 18^\circ 57' 37''$

6 Calcula y expresa en grados:

$$(132^\circ 51' 18'') : 4 = 33^\circ 12' 49,5'' = 33,213\ 75^\circ$$

7 Uno de los ángulos de un trapecio isósceles mide $132^\circ 45' 28''$. Dibuja la figura y averigua la medida de la amplitud de los otros ángulos.



En un trapecio isósceles los lados son iguales dos a dos, luego:

$$\hat{A} = \hat{B} = 132^\circ 45' 28''$$

La suma de los ángulos es igual a 360°
 $360^\circ - 2 \cdot (132^\circ 45' 28'') = 94^\circ 29' 3''$

$$\hat{C} = \hat{D} = \frac{94^\circ 29' 3''}{2} = 47^\circ 14' 31,5''$$

8 Ana y su madre salen en avión, desde Frankfurt, el 14 de junio a las 22 h 35 min y llegan a la ciudad de Ho Chi Minh, en Vietnam, el día 15 de junio a las 16 h 40 min hora local. Sabiendo que entre las dos ciudades hay una diferencia horaria de 6 horas, averigua: ¿qué hora marcará el reloj de Ana? ¿Cuánto ha durado el vuelo?

El reloj de Ana marcará:

$$16\text{ h } 40\text{ min} - 6\text{ h} = 10\text{ h } 40\text{ min}$$

La duración del vuelo será:

$$24\text{ h} - 22\text{ h } 35\text{ min} = 2\text{ h } 25\text{ min}$$

$$10\text{ h } 40\text{ min} + 2\text{ h } 25\text{ min} = 13\text{ h } 5\text{ min}$$

9 Jacobo y Prisela fueron a un crucero que salió de Barcelona el 23 de agosto a las 20 h 30 min, y después de hacer varias escalas llegó a Valencia el día 6 de septiembre a las 11 h 45 min. ¿Cuántos días horas y minutos duró el crucero?

Días de agosto: $31 - 23 = 8$.

Días de septiembre, 5.

Total: $8 + 5 = 13$ días.

Horas del 23 de agosto: 3 h 30 min.

Horas del 6 de septiembre: 11 h 45 min.

Total horas: 15 h 15 min. Duración del crucero: 13 días 15 h 15 min.

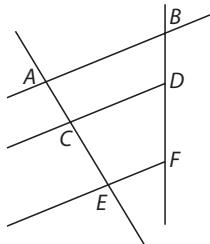
Actividades

1 Construye y calcula el segmento cuarto proporcional a los tres dados:

a) $m = 2 \text{ cm}$, $n = 3 \text{ cm}$ y $p = 4 \text{ cm}$

b) $m = 5 \text{ cm}$, $n = 3 \text{ cm}$ y $p = 4 \text{ cm}$

2 Observa la siguiente figura y completa las proporciones indicadas:



a) $\frac{AC}{AE} =$

b) $\frac{AE}{CE} =$

c) $\frac{CE}{AC} =$

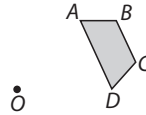
3 De dos segmentos proporcionales cuya razón es $\frac{3}{5}$, uno de ellos mide 21 cm. Calcula cuáles pueden ser las medidas del otro.

4 Indica si los siguientes pares de triángulos son, o no semejantes:

a) $AB = 3 \text{ cm}$, $AC = 9 \text{ cm}$ y $CB = 5 \text{ cm}$
 $A'B' = 5 \text{ cm}$, $A'C' = 13 \text{ cm}$ y $C'B' = 7 \text{ cm}$

b) $AB = 6 \text{ cm}$, $AC = 3 \text{ cm}$ y $CB = 15 \text{ cm}$
 $A'B' = 2 \text{ cm}$, $A'C' = 1 \text{ cm}$ y $B'C' = 5 \text{ cm}$

5 Construye un polígono semejante al dado desde un punto exterior con razón de semejanza 2. ¿Qué relación tienen entre sí OA y OA' , OB y OB' , OC y OC' , OD y OD' ?



6 En el plano que llevamos a la excursión la escala es de 1:500.

a) Dibuja una escala gráfica que la represente.

b) Calcula los kilómetros recorridos si en el plano la distancia es de 12 cm.

c) ¿Qué longitud tendrá en el plano la distancia de dos puntos que en la realidad distan 12 km entre sí?

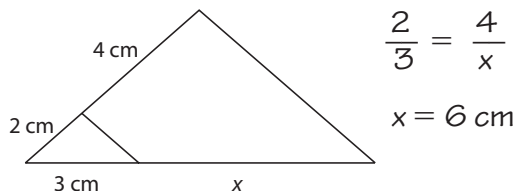
7 Un triángulo tiene dos ángulos de 58° y 73° y otro triángulo de 73° y 49° . ¿Son, o no, semejantes? Razona la respuesta.

8 Un triángulo tiene un ángulo de 80° y sus lados miden 18 cm y 24 cm. Otro triángulo tiene un ángulo de 80° y sus lados miden 3 cm y 4 cm. ¿Son semejantes?

Solución de las actividades

1 Construye y calcula el segmento cuarto proporcional a los tres dados:

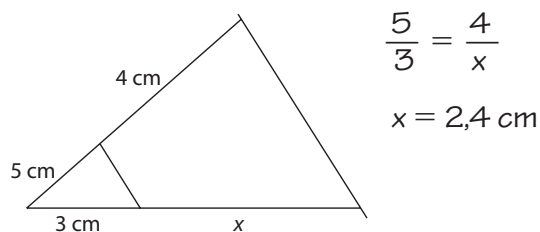
a) $m = 2 \text{ cm}$, $n = 3 \text{ cm}$ y $p = 4 \text{ cm}$



$$\frac{2}{3} = \frac{4}{x}$$

$$x = 6 \text{ cm}$$

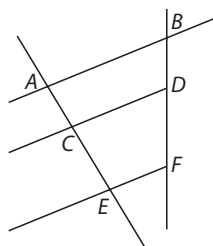
b) $m = 5 \text{ cm}$, $n = 3 \text{ cm}$ y $p = 4 \text{ cm}$



$$\frac{5}{3} = \frac{4}{x}$$

$$x = 2,4 \text{ cm}$$

2 Observa la siguiente figura y completa las proporciones indicadas:



a) $\frac{AC}{AE} = \frac{BD}{BF}$

b) $\frac{AE}{CE} = \frac{BF}{DF}$

c) $\frac{CE}{AC} = \frac{DF}{DB}$

3 De dos segmentos proporcionales cuya razón es $\frac{3}{5}$, uno de ellos mide 21 cm. Calcula cuáles pueden ser las medidas del otro.

$$\frac{3}{5} = \frac{21}{x}; x = 35 \text{ cm}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{y}{21}; y = 12,6 \text{ cm}$$

4 Indica si los siguientes pares de triángulos son, o no semejantes:

a) $AB = 3 \text{ cm}$, $AC = 9 \text{ cm}$ y $CB = 5 \text{ cm}$
 $A'B' = 5 \text{ cm}$, $A'C' = 13 \text{ cm}$ y $C'B' = 7 \text{ cm}$

No son semejantes, porque:

$$\frac{3}{5} \neq \frac{9}{13} \neq \frac{5}{7}$$

b) $AB = 6 \text{ cm}$, $AC = 3 \text{ cm}$ y $CB = 15 \text{ cm}$
 $A'B' = 2 \text{ cm}$, $A'C' = 1 \text{ cm}$ y $B'C' = 5 \text{ cm}$

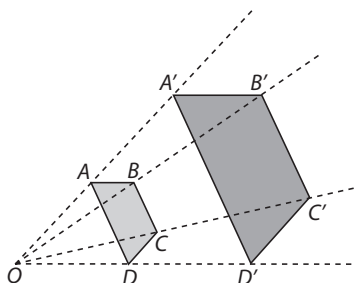
Sí son semejantes, porque:

$$\frac{6}{2} = \frac{3}{1} = \frac{15}{5}$$

5 Construye un polígono semejante al dado desde un punto exterior con razón de semejanza 2. ¿Qué relación tienen entre sí OA y OA' , OB y OB' , OC y OC' , OD y OD' ?

$$OA = OA', OB = OB',$$

$$OC = OC', OD = OD'$$



6 En el plano que llevamos a la excursión la escala es de 1:500.

a) Dibuja una escala gráfica que la represente.



b) Calcula los kilómetros recorridos si en el plano la distancia es de 12 cm.

$$\text{Distancia: } 500 \cdot 12 = 6000 \text{ cm} = 6 \text{ km}$$

c) ¿Qué longitud tendrá en el plano la distancia de dos puntos que en la realidad distan 12 km entre sí?

$$12000 : 500 = 24 \text{ cm}$$

7 Un triángulo tiene dos ángulos de 58° y 73° y otro triángulo de 73° y 49° . ¿Son, o no, semejantes? Razona la respuesta.

$$1.^{\text{er}} \text{ triángulo: } 180 - (73 + 58) = 49$$

$$2.^{\text{o}} \text{ triángulo: } 180 - (73 + 49) = 58$$

Los dos triángulos son semejantes por tener los ángulos respectivamente iguales.

8 Un triángulo tiene un ángulo de 80° y sus lados miden 18 cm y 24 cm. Otro triángulo tiene un ángulo de 80° y sus lados miden 3 cm y 4 cm. ¿Son semejantes?

Sí, son semejantes, por tener un ángulo igual y los lados que lo comprenden proporcionales.

$$\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

Actividades

1 La hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles mide 54 cm. Calcula los catetos.

2 La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 45 cm y uno de sus catetos 36 cm. Calcula:

a) El otro cateto.

b) El área.

3 Comprueba en cada caso si los números dados forman una terna pitagórica:

a) 5, 12, 13.

b) 6, 7, 10.

c) 8, 16, 17.

d) 7, 24, 25.

4 El lado de un cuadrado mide 24 cm. Calcula:

a) Su diagonal.

b) Su perímetro.

c) Su área.

5 El lado de un triángulo equilátero mide 12 cm. Calcula:

a) La altura.

b) El perímetro.

c) El área.

6 El lado de un hexágono regular mide 26 cm. Calcula:

a) Su apotema.

b) Su perímetro.

c) Su área.

7 Las bases de un trapecio isósceles miden 10 y 16 cm, y la altura, 4 cm. Calcula:

a) La medida de los lados oblicuos.



b) El perímetro.

c) El área.

8 Los catetos de un triángulo rectángulo miden 15 y 20 cm. Calcula:

a) La hipotenusa.

b) Las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa.

c) La altura correspondiente a la hipotenusa.

d) Su área.

9 Las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo miden 12 y 15 cm. Calcula:

a) Los lados del triángulo.

b) La altura correspondiente a la hipotenusa.

c) El área del triángulo formado por el cateto de 18 cm, su proyección sobre la hipotenusa y la altura:

Solución de las actividades

- 1** La hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles mide 54 cm. Calcula los catetos.

Por ser isósceles los catetos son iguales. $54^2 = 2c^2 \Rightarrow c = 38,18 \text{ cm}$

- 2** La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 45 cm y uno de sus catetos 36 cm. Calcula:

a) El otro cateto.

$$c^2 = 45^2 - 36^2 = 729 \Rightarrow c = 27 \text{ cm}$$

b) El área. $S = \frac{c \cdot c'}{2} = \frac{36 \cdot 27}{2} = 486 \text{ cm}^2$

- 3** Comprueba en cada caso si los números dados forman una terna pitagórica:

a) 5, 12, 13. Sí, porque: $13^2 = 12^2 + 5^2$

b) 6, 7, 10. No, porque: $10^2 \neq 7^2 + 6^2$

c) 8, 16, 17. No, porque: $17^2 \neq 16^2 + 8^2$

d) 7, 24, 25. Sí, porque: $25^2 = 24^2 + 7^2$

- 4** El lado de un cuadrado mide 24 cm. Calcula:

a) Su diagonal.

$$D^2 = 2l^2 = 1152 \Rightarrow D = 33,94 \text{ cm}$$

b) Su perímetro. $P = 4l = 96 \text{ cm}$.

c) Su área. $S = l^2 = 576 \text{ cm}^2$

- 5** El lado de un triángulo equilátero mide 12 cm. Calcula:

a) La altura.

$$a = \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 10,39 \text{ cm}$$

b) El perímetro. $P = 3l = 36 \text{ cm}$.

c) El área. $S = l \cdot \frac{a}{2} = \frac{12 \cdot 10,39}{2} = 62,34 \text{ cm}^2$

- 6** El lado de un hexágono regular mide 26 cm. Calcula:

a) Su apotema. $A^2 = l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 = 507 \Rightarrow$

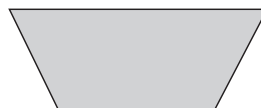
$$l = 22,51 \text{ cm}$$

b) Su perímetro. $P = 6 \cdot l = 156 \text{ cm}$

c) Su área. $S = P \cdot \frac{a}{2} = 1755,78 \text{ cm}^2$

- 7** Las bases de un trapecio isósceles miden 10 y 16 cm, y la altura, 4 cm. Calcula:

a) La medida de los lados oblicuos.



$$\frac{16 - 10}{2} = 3 \text{ cm}$$

$$l^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow l = 5 \text{ cm}$$

b) El perímetro. $P = 16 + 10 + 5 + 5 = 36 \text{ cm}$

c) El área. $S = (16 + 10) \cdot \frac{4}{2} = 52 \text{ cm}^2$

- 8** Los catetos de un triángulo rectángulo miden 15 y 20 cm. Calcula:

a) La hipotenusa.

$$a^2 = 15^2 + 20^2 = 625 \Rightarrow a = 25 \text{ cm}$$

b) Las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa. $15^2 = 25 \cdot m \Rightarrow m = 9 \text{ cm}$

$$20^2 = 25 \cdot n \Rightarrow n = 16 \text{ cm}$$

c) La altura correspondiente a la hipotenusa.

$$h^2 = 9 \cdot 16 = 144 \Rightarrow h = 12 \text{ cm}$$

d) Su área. $S = \frac{25 \cdot 12}{2} = 150 \text{ cm}^2$

- 9** Las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo miden 12 y 15 cm. Calcula:

a) Los lados del triángulo.

$$a = 12 + 15 = 27 \text{ cm}$$

$$b^2 = 27 \cdot 15 = 405 \Rightarrow b = 20,12 \text{ cm}$$

$$c^2 = 27 \cdot 12 = 324 \Rightarrow c = 18 \text{ cm}$$

b) La altura correspondiente a la hipotenusa.

$$h^2 = 12 \cdot 15 = 180 \Rightarrow h = 13,41 \text{ cm}$$

c) El área del triángulo formado por el cateto de 18 cm, su proyección sobre la hipotenusa y la altura:

$$S = \frac{12 \cdot 13,41}{2} = 80,46 \text{ cm}^2$$

Actividades

1 Responde a las siguientes cuestiones:

a) Si una recta r está contenida en el plano p y otra recta r' en el plano p' y son paralelos los planos p y p' , ¿son paralelas también r y r' ?

b) Considera una recta r contenida en un plano p . ¿Qué posición con respecto al plano p tendrá otro plano p' que contiene una recta r' paralela a r ?

c) Si tres planos están formando un ángulo triedro, ¿se puede trazar una recta que tenga algún punto en cada uno de los planos?

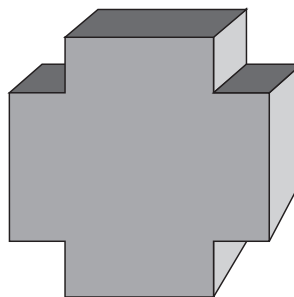
2 Un ángulo diedro cóncavo mide 210° . Calcula la medida del ángulo opuesto por la arista.

3 Emilia tiene muchos recortes iguales de cartulinas de colores con forma de triángulo isósceles, cuyo ángulo desigual mide 40° . ¿Cuántos de ellos puede unir por este ángulo para obtener ángulos poliedros?

4 En un prisma hexagonal regular. ¿Cuánto miden los ángulos diedros que se forman en la unión de las caras laterales?

5 Si un poliedro tiene 14 caras y 24 vértices, ¿cuántas aristas tiene?

6 Observa el siguiente cuerpo geométrico y responde.



a) ¿Es cóncavo o convexo?

b) ¿Cuántas caras, vértices y aristas tiene?

c) ¿Es poliedro o no?

d) ¿Cuántos ángulos diedros tiene? ¿Son todos iguales?

e) ¿Cuántos ángulos triedros y tetraédricos tiene?

7 Indica si los siguientes objetos tienen forma de poliedro o de cuerpos de revolución.

a) Un vaso.

b) Un libro.

c) Un obelisco.

d) Una campana.

Actividades

- 8** Describe los siguientes poliedros regulares explicando cómo son sus caras, vértices, ángulos diedros y poliedros.

a) Tetraedro:

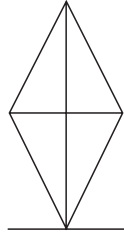
b) Octaedro:

c) Icosaedro:

- 9** Dibuja el desarrollo plano de un ortoedro cuyas dimensiones sean diferentes.

- 10** ¿En qué se semejan y en qué se diferencian un paralelepípedo y un ortoedro?

- 11** Dibuja el cuerpo geométrico de revolución engendrado al girar este rombo alrededor de su diagonal mayor.

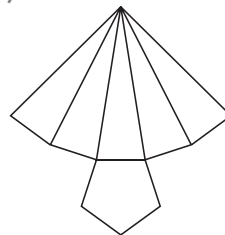


- 12** ¿Tienen todos los paralelos terrestres el mismo radio? ¿Y los meridianos?

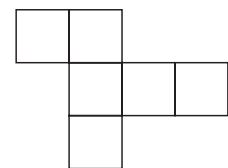
- 13** Considerando que el meridiano 0° pasa por Barcelona, ¿qué ciudad se encontrará más cerca de Barcelona, si la primera se encuentra en la longitud 130° Este y la segunda en la longitud 130° Oeste, y las dos están en el mismo paralelo?

- 14** Nombra los cuerpos geométricos que corresponden a estos desarrollos planos.

a)



b)



c)



Solución de las actividades

1 Responde a las siguientes cuestiones:

a) Si una recta r está contenida en el plano p y otra recta r' en el plano p' y son paralelos los planos p y p' , ¿son paralelas también r y r' ?

Solo serán paralelas si están en un mismo plano p'' . En caso contrario, se cruzarán.

b) Considera una recta r contenida en un plano p . ¿Qué posición con respecto al plano p tendrá otro plano p' que contiene una recta r' paralela a r ?

El plano p' cortará al plano p y sus puntos comunes serán la recta r .

c) Si tres planos están formando un ángulo triedro, ¿se puede trazar una recta que tenga algún punto en cada uno de los planos? No.

2 Un ángulo diedro cóncavo mide 210° . Calcula la medida del ángulo opuesto por la arista.

El ángulo medirá:
 $360^\circ - 210^\circ = 150^\circ$

3 Emilia tiene muchos recortes iguales de cartulinas de colores con forma de triángulo isósceles, cuyo ángulo desigual mide 40° . ¿Cuántos de ellos puede unir por este ángulo para obtener ángulos poliedros?

Puede unir desde 3 hasta 8 triángulos por el ángulo de 40° , porque $40^\circ \cdot 9 = 360^\circ$ y ya no formaría ángulo poliedro.

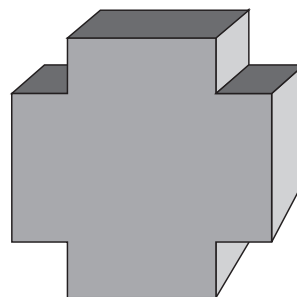
4 En un prisma hexagonal regular. ¿Cuánto miden los ángulos diedros que se forman en la unión de las caras laterales?

Medirán lo mismo que los ángulos del polígono de la base, esto es:
 $180 \cdot \frac{6-2}{6} = 120^\circ$

5 Si un poliedro tiene 14 caras y 24 vértices, ¿cuántas aristas tiene?

$c + v = a + 2 \Rightarrow a = c + v - 2 = 36$
 Tiene 36 aristas.

6 Observa el siguiente cuerpo geométrico y responde.



a) ¿Es cóncavo o convexo?
 Es cóncavo.

b) ¿Cuántas caras, vértices y aristas tiene?
 Tiene 14 caras, 24 vértices y 36 aristas.

c) ¿Es poliedro o no?
 Sí es poliedro porque sus caras son polígonos.

d) ¿Cuántos ángulos diedros tiene? ¿Son todos iguales?
 Tiene 36 ángulos diedros.
 Hay 32 convexos que son rectos y 4 cóncavos que miden 270° .

e) ¿Cuántos ángulos triedros y tetraédricos tiene?
 Tiene 24 ángulos triedros, uno en cada vértice. No tiene ángulos tetraédricos.

7 Indica si los siguientes objetos tienen forma de poliedro o de cuerpos de revolución.

a) Un vaso.
 Cuerpo de revolución

b) Un libro.
 Poliedro

c) Un obelisco.
 Poliedro

d) Una campana.
 Cuerpo de revolución

Solución de las actividades

- 8** Describe los siguientes poliedros regulares explicando cómo son sus caras, vértices, ángulos diedros y poliedros.

a) Tetraedro:

Formado por 4 caras que son triángulos equiláteros, 4 vértices donde concurren 3 caras formando ángulos triedros iguales, y 6 aristas donde concurren 2 caras formando ángulos diedros, todos ellos de 60° .

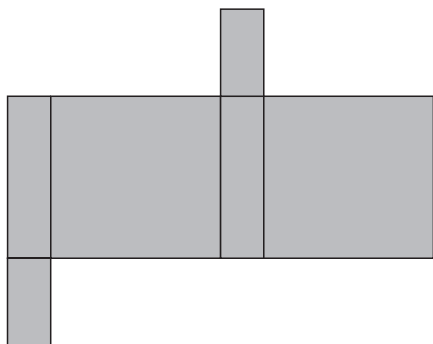
b) Octaedro:

Formado por 8 caras que son triángulos equiláteros, 6 vértices donde concurren 4 caras formando ángulos tetraédricos, o de orden 4, iguales y 12 aristas donde concurren 2 caras formando ángulos diedros iguales.

c) Icosaedro:

Formado por 20 caras que son triángulos equiláteros, 12 vértices donde se unen 5 caras formando ángulos poliedros de orden 5, y 30 aristas donde concurren 2 caras formando ángulos diedros iguales.

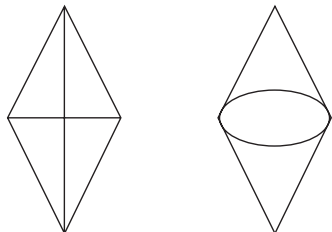
- 9** Dibuja el desarrollo plano de un ortoedro cuyas dimensiones sean diferentes.



- 10** ¿En qué se semejan y en qué se diferencian un paralelepípedo y un ortoedro?

Se parecen en que tienen sus caras paralelas dos a dos y se diferencian en que el ortoedro tiene los ángulos diedros rectos.

- 11** Dibuja el cuerpo geométrico de revolución engendrado al girar este rombo alrededor de su diagonal mayor.



- 12** ¿Tienen todos los paralelos terrestres el mismo radio? ¿Y los meridianos?

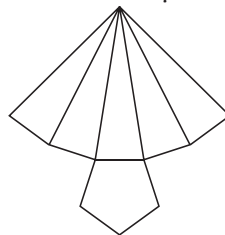
Los paralelos no tienen el mismo radio, este va disminuyendo según se van acercando a los polos. Los meridianos sí tienen todos el mismo radio.

- 13** Considerando que el meridiano 0° pasa por Barcelona, ¿qué ciudad se encontrará más cerca de Barcelona, si la primera se encuentra en la longitud 130° Este y la segunda en la longitud 130° Oeste, y las dos están en el mismo paralelo?

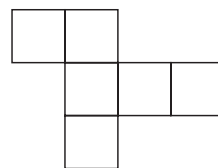
Las dos ciudades se encontrarán a la misma distancia de Barcelona.

- 14** Nombra los cuerpos geométricos que corresponden a estos desarrollos planos.

a) Pirámide pentagonal regular



b) Hexaedro regular



c) Cilindro recto



Actividades

- 1 Calcula la diagonal de un ortoedro cuyas dimensiones son 3, 4 y 5 cm.
- 2 Calcula el área total de un prisma triangular recto, sabiendo que la base es un triángulo equilátero de 3 cm de lado y la altura del prisma es de 8 cm.
- 3 Averigua el área lateral de un tronco de pirámide hexagonal, sabiendo que la arista lateral mide 10 dm y las aristas básicas 12 y 2 dm, respectivamente.
- 4 Calcula el volumen de un cono de 2 m de radio y 3 m de altura.
- 5 Una taladradora hace un agujero de 10 cm de radio avanzando 0,2 mm por minuto. Calcula el volumen extraído por la taladradora en una hora de trabajo.
- 6 Halla el volumen de una esfera sabiendo que su circunferencia máxima mide 30π dm.
- 7 Un cilindro y una esfera tienen el mismo volumen e igual radio. Si la altura de cilindro es de 8 cm, ¿cuánto mide el radio de la esfera?
- 8 Completa las siguientes equivalencias:
 - a) $25\text{ dm}^3 =$
 - b) $13\text{ m}^3 =$
 - c) $100\text{ cm}^3 =$
 - d) $12\,500\text{ mm}^3 =$
- 9 Una pirámide de base hexagonal mide de perímetro básico 18 m y el área lateral de la pirámide es 10 veces el área de la base. Calcula la apotema de la pirámide.
- 10 Calcula el área y el volumen de una esfera de 5 dm de radio.

Solución de las actividades

- 1 Calcula la diagonal de un ortoedro cuyas dimensiones son 3, 4 y 5 cm.

$$D = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 7,071 \text{ cm}$$

- 2 Calcula el área total de un prisma triangular recto, sabiendo que la base es un triángulo equilátero de 3 cm de lado y la altura del prisma es de 8 cm.

$$\text{Área de la base} = 3 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = 3,89 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área lateral} = 3 \cdot 3 \cdot 8 = 72 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 72 + 2 \cdot 3,89 = 79,78 \text{ cm}^2$$

- 3 Averigua el área lateral de un tronco de pirámide hexagonal, sabiendo que la arista lateral mide 10 dm y las aristas básicas 12 y 2 dm, respectivamente.

$$\begin{aligned} \text{Apotema de la cara lateral} &= \\ &= a_p = \sqrt{10^2 - 5^2} = 8,66 \text{ dm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Área de una cara lateral} &= \\ &= \left(\frac{B+b}{2}\right) \cdot a_p = 7 \cdot 8,66 = 60,62 \text{ dm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Área lateral} = 6 \cdot 60,62 = 363,72 \text{ dm}^2$$

- 4 Calcula el volumen de un cono de 2 m de radio y 3 m de altura.

$$V = a_b \cdot \frac{h}{3} = 2^2 \cdot 3 \cdot \frac{\pi}{3} = 4 \pi \text{ m}^3$$

- 5 Una taladradora hace un agujero de 10 cm de radio avanzando 0,2 mm por minuto. Calcula el volumen extraído por la taladradora en una hora de trabajo.

El agujero tiene forma de cilindro de radio 10 cm y altura:

$$0,02 \cdot 60 \text{ cm} = 1,2 \text{ cm}$$

$$V = 10^2 \cdot 1,2 \cdot \pi = 376,8 \text{ cm}^3$$

- 6 Halla el volumen de una esfera sabiendo que su circunferencia máxima mide 30π dm.

$$\text{Circunferencia} = 2 \cdot r \cdot \pi = 30 \pi$$

$$r = 15 \text{ dm}$$

$$V = 4 \cdot 15^3 \cdot \frac{\pi}{3} = 4500 \pi \text{ dm}^3$$

- 7 Un cilindro y una esfera tienen el mismo volumen e igual radio. Si la altura de cilindro es de 8 cm, ¿cuánto mide el radio de la esfera?

$$V_c = \pi r^2 \cdot h = \pi r^2 \cdot 8$$

$$V_e = 4 \cdot r^3 \cdot \frac{\pi}{3}$$

$$\pi r^2 \cdot 8 = 4 \cdot r^3 \cdot \frac{\pi}{3}$$

$$r = 8 \cdot \frac{3}{4} = 6 \text{ cm}$$

- 8 Completa las siguientes equivalencias:

a) $25 \text{ dm}^3 = 25 \text{ L}$

b) $13 \text{ m}^3 = 13\,000 \text{ L}$

c) $100 \text{ cm}^3 = 0,1 \text{ L}$

d) $12\,500 \text{ mm}^3 = 0,0125 \text{ L}$

- 9 Una pirámide de base hexagonal mide de perímetro básico 18 m y el área lateral de la pirámide es 10 veces el área de la base. Calcula la apotema de la pirámide.

$$\text{Apotema}_{\text{base}} = l \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2,59 \text{ m}$$

$$A_{\text{base}} = 18 \cdot \frac{2,59}{2} = 23,31 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{lateral}} = 233,1 \text{ m}^2$$

$$\text{Apotema}_{\text{pirámide}} = 2 \cdot \frac{A_{\text{lateral}}}{p} = 25,9$$

- 10 Calcula el área y el volumen de una esfera de 5 dm de radio.

$$A = 4\pi r^2 = 314,16 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = 523,4 \text{ m}^3$$